Entdeckendes Lernen auf dem Prüfstand

DAVID KOLLOSCHKE

Das Entdeckende Lernen ist ein in der Mathematikdidaktik populäres Unterrichtskonzept, dessen Umsetzung im Mathematikunterricht fortwährend empfohlen wird. Dementgegen folgt der Mathematikunterricht meist nicht dem Konzept des Entdeckenden Lernens. Im Beitrag werden theorie- und beispielgestützt Probleme bei der unterrichtlichen Umsetzung des Entdeckenden Lernens diskutiert. Dabei zeigt sich, dass es in bestimmten Fällen sinnvoll ist, Entdeckendes Lernen anzustreben, dass die unterrichtliche Umsetzung aber noch nicht ausreichend fachdidaktisch vorbereitet wurde.

1 Die ursprüngliche Idee

In den letzten Jahrzehnten wurde den Mathematiklehrer/innen/n, insbesondere unter dem Begriff des Entdeckenden Lernens, ein Unterrichtskonzept angeraten, welches auf die selbständige Erarbeitung mathematischer Inhalte durch die Lernenden mit einer bloß vorbereitenden und beratenden, höchstens noch lenkenden Rolle der Lehrperson ausgerichtet ist. Die Diskussionen um ein solches Entdeckendes Lernen verliefen dabei nicht immer sachlich und kritisch-reflektiert, sondern zuweilen zu euphorisch und idealistisch. Wer hingegen als Lehrender Entdeckendes Lernen ausprobiert hat, musste nicht selten entmutigende Erfahrungen machen. Dies mag erklären, warum trotz zahlreicher, in der Regel durch Mathematikdidaktiker/innen betreute Projekte zur Verankerung des Entdeckenden Lernens im Mathematikunterricht (z. B. Mathe 2000 und KOSIMA), das Entdeckende Lernen im Mathematikunterricht der Sekundarstufen bis heute kaum verbreitet ist. Dabei hat das traditionelle Argument, dass Entdeckendes Lernen vielleicht für Projektstage oder Ferien vorausgehende Stunden interessant sei, aber den Unterricht nicht langfristig tragen könne, spätestens mit der Veröffentlichung der auf Entdeckendes Lernen ausgerichteten Schulbuchreihe *mathewerkstatt* an Schlagkraft verloren. Wohlgleich sollte man die offensichtlich vorhandenen Vorbehalte der Lehrpersonen gegenüber dem Entdeckenden Lernen als Expertenmeinung wertschätzen und als Anlass nehmen für eine sachlich-nüchterne, aber ergebnisoffene Neubewertung.

1.1 Probleme des lehrerzentrierten Unterrichts

Für die weitere Diskussion erweist es sich als hilfreich voranzustellen, dass sich das Entdeckende Lernen traditionell vor allem gegen eine Unterrichtskultur richtet, in welcher Lernende neuen Inhalten in Form von Lehrervorträgen oder Schulbuchtexten passiv ausgesetzt werden, das neue Wissen und Können dann in Einzelarbeit üben sollen und schließlich von der oder dem Lehrenden eine Bewertung ihrer Arbeit erhalten. In einer nicht repräsentativen, aber doch breit gestreuten Untersuchung von 23 Lernenden aus zufällig ausgewählten Schulen der Sekundarstufe I in Berlin und den Neuen Bundesländern berichteten alle Schüler/innen, im Mathematikunterricht ausschließlich derart lehrerzentriert unterrichtet zu werden

(KOLLOSCHKE, 2017a). Auch persönliche Erfahrungen und Berichte aus anderen Sekundarschulen im deutschsprachigen Raum (und darüber hinaus) zeichnen bis auf wenige Ausnahmen kein anderes Bild.

Dabei bringt die Dominanz des lehrerzentrierten Unterrichts Probleme mit sich, welche bereits vielfach diskutiert wurden und hier nur ansatzweise genannt werden sollen. Die Beschränkung auf nur eine Form des passiv-rezeptiven Lernens lässt Schüler/innen bei Nichtverstehen in der Regel ratlos zurück und eröffnet diesen keine Möglichkeiten zum eigenständigen Lernen und Nachholen (vgl. KOLLOSCHKE, 2017a). Das Arbeiten im lehrerzentrierten Unterricht ist vielen Lernenden, insbesondere vielen Schülerinnen, außerdem zu unsozial und technokratisch, zuweilen schon bedrohlich, woraus häufig eine vermeidbare Ablehnung des Fachs an sich resultiert (JAHNKE-KLEIN, 2001). Außerdem vermittelt lehrerzentrierter Unterricht oft ein Bild der Mathematik als Vorrat toten Wissens und einzuübender Prozeduren an Stelle einer lebendigen Wissenschaft, die zu Teilhabe einlädt (BOALER, 1997). Da die Lehrperson im lehrerzentrierten Unterricht eine zentrale Stellung einnimmt, bleibt ihr schließlich weniger Zeit für eine gründliche Diagnose und gezielte Förderung einzelner Lernender.

Freilich lassen sich diese Probleme des lehrerzentrierten Unterrichts auch bearbeiten, ohne diesen gleich in Richtung des Entdeckenden Lernens zu revolutionieren. So soll in diesem Beitrag auch kein platter Antagonismus hergestellt werden, der lehrerzentrierten Unterricht pauschal verurteilt und Entdeckendes Lernen als Erlösung präsentiert. Nichtsdestotrotz zeigen die Probleme mit dem lehrerzentrierten Unterricht an, dass es sich lohnt, alternative Wege zu erkunden.

1.2 Theorie des Entdeckenden Lernens

Wenngleich sich viele Aspekte des Entdeckenden Lernens auf die Reformpädagogik zurückführen lassen (VOM HOF, 2001), gelang der Durchbruch unter diesem Namen erst mit der psychologischen Konzeptualisierung durch JEROME BRUNER (1973). BRUNER positioniert das Entdeckende Lernen explizit als Antagonist dessen, was er Expositionslernen nennt, und stützte seine Theorie auf die Ergebnisse von Laborexperimenten (FÜHRER, 1997). Das Konzept des Entdeckenden Lernens wurde

von WINTER (1989) und WITTMANN (1990) mit zu BRUNER vergleichbaren antagonistischen Gegenüberstellungen, Hoffnungen und Begründungen in die Mathematikdidaktik eingeführt, wird aber auch von zeitgenössischen Fachdidaktikern noch vertreten (z. B. von LEUDERS, 2014).

Kompakt zusammengefasst propagieren die Vertreter des Entdeckenden Lernens, dass dieses den Erkenntnissen der konstruktivistischen Lerntheorie folge, dass dieses neugiergetrieben und motivierend sei, dass es das Gewinnen von Einsichten erlaube, dass es das Transferieren bekannten Wissens fördere, dass es zu einem besseren Behalten fachlicher Inhalte führe und dass es ermögliche, das Potential und die Grenzen des eigenen Denkens zu erfahren - und das alles freilich in einem deutlich größeren Ausmaß, als es ein Expositionslernen gestatten würde (ausführlicher mit Nachweisen in KOLLOSCHKE, 2017b). Auf dem Prüfstand steht hier nun, ob das Entdeckende Lernen diese Versprechen einlösen kann, wozu zunächst ein Blick auf Umsetzungsvorschläge für den Unterricht geworfen werden soll, bevor abschließend aktuelle Forschungsergebnisse kontrastierend diskutiert werden.

2 Umsetzungsbeispiele

Die konzeptionellen Überlegungen sollen an Hand von zwei Umsetzungsbeispielen für das Entdeckende Lernen konkretisiert werden. In ihren Grundlagen der Mathematikdidaktik gehen REISS und HAMMER (2013) zwar nur sehr kurz auf das Entdeckende Lernen ein, präsentieren aber unter anderem das Beispiel in Abbildung 1.

Abb. 1. Aufgabe zum Entdeckenden Lernen aus REISS & HAMMER (2013), 128

Die Autor/inn/en ergänzen, dass man dabei entdecken könne, „dass der Term die Situation ein für alle Mal beschreibt und nicht bei jeder Figur neu nachgedacht werden muss“ (ebd, 128). Zunächst ist zu würdigen, dass die Fragestellung und die mögliche Entdeckung fachlich relevant sind, motivieren sie

doch eine Nutzung von Variablen und Termen. Die vorgeschlagene Aktivität scheint Schüler/inne/n zudem auch zugänglich zu sein. Gleichwohl ließen sich aber schon hier für das Entdeckende Lernen typische Fragen aufwerfen: Werden Lernende hier wirklich motiviert arbeiten, auch wenn sich keine raschen Einsichten einstellen? Finden bestimmte Lernende eher Antworten als andere? Wie weit soll ich als Lehrperson lenkend und unterstützend eingreifen und wie kann ich dabei vorgehen? Worauf wollen wir eigentlich hinaus: auf eine sprachliche oder schon formale Beschreibung, auf eine absolute oder auch rekursive Anzahlbestimmung?

Ein zweites Beispiel (Abb. 2) entstammt der Schulbuchreihe *mathewerkstatt* (hier für Klasse 10, PREDIGER et al., 2017), bei der alle Themenbereiche mit einem Erkundungsteil beginnen. Der Lehrkraft stehen hier weder im Lösungsheft noch in der Online-Handreichung¹ weitere didaktischen Kommentare zur Verfügung. Zunächst ist gutzuheißen, dass auch hier eine fachlich relevante Problematik in den Mittelpunkt gerückt wird, nämlich die Frage nach der Wahrscheinlichkeit bestimmter Geschwisterkonstellationen, bei der erfahrungsgemäß die Auffassungen konkurrieren, ob die Wahrscheinlichkeit beispielsweise für eine Mädchen-Mädchen-Familie $1/3$ oder $1/4$ sei. Diese Frage lässt sich jedoch nicht innermathematisch klären, sondern entscheidet sich rein praktisch daran, welche mathematische Modellierung den Sachverhalt passend beschreibt. Welche Art von Bearbeitung durch die Schüler/innen hier vorgesehen ist, bleibt jedoch unklar. Die geforderten „Überlegungen“ mögen zwar ein Problembewusstsein schaffen, führen aber noch nicht auf eine Lösung der aufgeworfenen Problematik. Hier könnten sich ähnliche Fragen wie beim ersten Beispiel anschließen. Die Fragen sollen im Folgenden in einem systematischen Schnelldurchlauf geordnet und kommentiert werden.

3 Problemfelder des Entdeckenden Lernens

Die folgenden Problemfelder beanspruchen keine Vollständigkeit, sind jedoch wissenschaftlich gut beleuchtet. Auf einige Fragen, beispielsweise auf jene, ob es sinnvoll ist, mit dem Begriff des Entdeckens zu suggerieren, dass es beim Entdeckenden Lernen nicht um die (freilich nicht menscheitsgeschichtlich erstmalige, so doch individuell erstmalige) *Erfindung* mathematischer Inhalte, sondern lediglich um das *Aufdecken* von in der Welt scheinbar bereits irgendwie vorhandenem und im Normalfall intellektuell zugänglichen Wissen gehe, kann hier zudem nicht eingegangen werden.

Erleichtert Entdeckendes Lernen das Verstehen?

Zuweilen wird angenommen, dass Entdeckendes Lernen eher ein Verstehen ermögliche als sogenanntes Expositionslernen. Das lässt sich empirisch so nicht bestätigen (ALFIERI et al,

¹ http://www.ko-si-ma.de/front_content.php?idcat=992&lang=12

2 Welche Geschwisterpaare sind wahrscheinlicher? – Theoretisch bestimmen

Till, Pia und Ole unterhalten sich zu Kindern in Familien.

Ich bin ein Einzelkind. Mit 50% Wahrscheinlichkeit hätte ich auch ein Junge werden können.

Bei meinem Bruder sind in der Familie zwei Mädchen. Wie wahrscheinlich ist das eigentlich? Sind sie eine besondere Familie?

Was ist denn bei zwei Kindern überhaupt wahrscheinlicher: gemischte Geschwisterpaare oder gleiche Geschwisterpaare?

a) Gib alle Möglichkeiten an, wie Zweikinderfamilien aus Mädchen und Jungen zusammengesetzt sein können. Welche Wahrscheinlichkeiten nimmst du für jeden dieser Fälle an?

b) Vergleicht eure Überlegungen. Wenn ihr verschiedene Lösungen habt, diskutiert diese miteinander.

Abb. 2. Aufgabe zum Erkunden aus PREDIGER et al. (2017), 131

2011). AUSUBEL (1973) weist darauf hin, dass es zunächst eine Entfremdung des üblichen Kommunikationsprozesses darstelle, wenn das Entdeckenlassen an die Stelle einer direkten Erklärung trete. Er sieht diesen Schritt nur dann als didaktisch gerechtfertigt an, wenn die Bedingungen für das Verstehen einer direkten Erklärung nicht gegeben seien, etwa wenn dafür noch die sprachlichen Fähigkeiten fehlen oder der fachliche Inhalt noch zu unbekannt sei. So ließe sich bezüglich der obigen Beispiele wohl argumentieren, dass diese überhaupt grundlegend für ein Verständnis der durch sie aufgeworfenen algebraischen beziehungsweise stochastischen Fragestellungen seien, dass einem inhaltlichen Verständnis also dringend ein sehr individuelles Kennenlernen des Problemfeldes vorausgehen sollte.

Wird Selbstentdecktes länger behalten?

Wenngleich diese These eines der zentralen Argumente für Entdeckendes Lernen ist, lässt sie sich lernpsychologisch nicht untermauern. Stattdessen besteht heute weitgehend Konsens darüber, dass sich unterschiedliche Erinnerungsleistungen durch Unterschiede bei der Aufmerksamkeitszentrierung erklären lassen (HASSELHORN & GOLD, 2013). Doch weder richtet jeder Lernende seine Aufmerksamkeit auf die gleichen Stimuli, noch ließe sich generell argumentieren, dass Entdeckendes Lernen die Aufmerksamkeit stärker binde als beispielsweise ein Lernvideo mit einem Streitgespräch zur Frage, welche Wahrscheinlichkeit im zweiten Beispiel die richtige sei.

Treibt die Neugier das Entdeckende Lernen voran?

Der These, dass Entdeckendes Lernen durch die Neugier der Lernenden angetrieben werde, wurde bereits früh von FRIEDLANDER (1973) widersprochen. Wohl liegt die Neugier von Heranwachsenden regelmäßig der intensiven Beschäftigung mit bestimmten Inhalten zugrunde. Empirische Studien zeigen jedoch, dass Neugier sehr spezifisch auftritt und sich kaum len-

ken lässt. Ferner wäre es illusorisch anzunehmen, dass die Neugier eines Lernenden gerade bis zum Erreichen des intendierten Lernzieles reicht und nicht etwa vorher abbricht oder sich darüber hinaus erstreckt. So mag es im ersten Beispiel durchaus sein, dass ein Lernender seine Neugier nach dem Entdecken einer verbalen, rekursiven Beschreibung gestillt sieht, obwohl die Lehrperson auf Weiteres hinauswollte.

Ist Entdeckendes Lernen motivierend?

Natürlich können geglückte Entdeckungserfahrungen sehr motivierend sein. FRIEDLANDER (1973) hält fest, dass dies aber zunächst voraussetzt, dass der Lernende ein intrinsisches Lernbedürfnis hatte und dass die Entdeckung eben auch gelingt. Oft komme es bei Entdeckungsprozessen aber zu zunächst demotivierenden Komplikationen und Misserfolgen, die auszuhalten gelernt sein muss, was wohl nur dann realistisch erscheint, wenn es letztlich noch häufig genug zu Entdeckungserfolgen kommt. Was das für die Motivation leistungsschwacher Lernender bedeutet, ist also sehr fraglich.

Ist Selbstentdecktes leichter transferierbar?

Die These, dass Selbstentdecktes leichter auf neue Sachverhalte transferierbar sei, lässt sich empirisch derzeit weder bestätigen noch widerlegen (LEUDERS, 2014). Zumindest skeptisch stimmen Forschungsergebnisse, welche aufzeigen, dass schulisch erworbenes mathematisches Wissen und Können in der Regel nur sehr schwer in außerschulischen Kontexten angewendet werden kann (LAVE, 1988).

Lenkt das Steuern des Entdeckens vom Inhalt ab?

In der Tat zeigen Erkenntnisse aus der Kognitionsforschung, dass selbstgesteuerte Lernprozesse intellektuelle Ressourcen für die eigene Steuerung des Lernprozesses binden, so dass letztlich weniger kognitive Ressourcen für inhaltliche Über-

legungen zur Verfügung stehen (KIRSCHNER et al., 2006). So erfordert etwa das zweite Beispiel, den Überblick über die von den Schulbuchcharakteren sowie über die von den Mitschüler/innen vorgebrachten Ideen zu behalten und ist damit metakognitiv anspruchsvoller, als wenn im gelenkten Unterrichtsgespräch nur eine These aufgeworfen und diskutiert würde.

Inwieweit soll die Lehrkraft unterstützend eingreifen?

Inwieweit die Lehrkraft unterstützend eingreifen soll, erweist sich in der Praxis als eine zentrale Fragestellung, zu der die Aufgabensteller/innen meist keine Antworten liefern. Empirisch hat sich immerhin gezeigt, dass der Verzicht auf jede Unterstützung meist in Chaos und Frustration endet, eine Lenkung durch die Lehrperson also unverzichtbar ist (SWELLER et al., 2007). Zumindest in der internationalen Fachliteratur mehrerer bereits forschungsbasierte Empfehlungen, wie eine solche Unterstützung organisiert werden kann (zusammengetragen etwa von BAKKER et al., 2015). Beispielsweise könnte bei der Stochastik-Aufgabe die Aufforderung, alle vorgebrachten Thesen zu verschriftlichen, den Lernenden dabei helfen, ihr Gedächtnis zu entlasten und inhaltliche Überlegungen zu strukturieren. Eine Aufführung all dieser Empfehlungen würde hier aber den Rahmen des Beitrags sprengen.

Wie gelingt die Verallgemeinerung subjektiver Entdeckungen?

Unbestritten ist zwar, dass Sprech- und Schreibkonventionen nicht entdeckt werden können, doch auch wenn beispielsweise mathematische Begriffe, Verfahren oder Beweise von der Idee her entdeckt werden, stellt sich die Frage, wie im Unterricht von der subjektiven Entdeckung zur allgemeinen mathematischen Theorie zu gelangen sei. Gelingt einer/einem Lernenden im ersten Beispiel etwa eine rekursive Beschreibung der Zunahme der Quadrate von einer Anordnung zur nächsten, so ist weder sicher, dass die/der gleiche Lernende in einem anderen Kontext ähnliche algebraische Kompetenzen zeigt, noch, dass sie/er von unterschiedlichen solcher Kontexte abstrahierend zu den Konzepten von Variable und Term vordringen kann. Das Problem ist fachdidaktisch bekannt und es existieren Vorschläge zur Beschreibung und unterrichtlichen Bewältigung solcher Abstraktionsprozesse in Lernarrangements (bspw. TREFFERS, 1983). Aufgaben zum Entdeckenden Lernen stellen aber oft keine derart durchgeplanten Lernarrangements dar und überlassen es damit der/dem Lehrenden, unterrichtliche Antworten auf das Wie der Verallgemeinerung zu finden.

Profitieren nur wenige vom Entdeckenden Lernen?

Umsetzungsversuche des Entdeckenden Lernens unter Berücksichtigung soziologischer Fragestellungen weisen durchaus daraufhin, dass Lernende unterschiedliche Voraussetzungen mitbringen, um erfolgreich entdeckend zu lernen. So zeigten sich bei einer großflächigen Umsetzung des Entdeckenden Lernens in Australien deutliche Leistungseinbrüche unter Lernenden der Arbeiterklasse (TEESE, 2000). In einem Projekt zum Entdeckenden Lernen in den USA wurde dokumentiert, dass

Lernende abhängig vom sozioökonomischen Status sehr unterschiedlich am Entdeckenden Lernen teilhaben und auch sich auch unterschiedlich gut in der veränderten Lernsituation zurechtfinden (LUBIENSKI, 2000). Erklären lassen sich solche Nachteile für Kinder bildungsferner Familien zum einen damit, dass diese über durchschnittlich schlechtere metakognitive Kompetenzen zur selbständigen Steuerung ihres Lernprozesses verfügen (ARNOLD & LEHMANN, 1998). Zum anderen liegen die Nachteile darin begründet, dass es entsprechenden Lernenden schwerer fällt zu erraten, welche ihrer Ideen zur Mathematik passen und als einschlägige Entdeckung wertgeschätzt werden (BOHLMANN, 2016). Dass beispielsweise bei der ersten der obigen Aufgaben mit „wie es weitergeht“ nach universellen Mustern und nicht nach den konkreten folgenden Diagrammen gefragt ist, kann nur erkennen, wer ein Gespür dafür entwickelt hat, was es heißt, mathematisch zu arbeiten.

4 Wozu überhaupt noch Entdeckendes Lernen?

Die vorangegangene Diskussion der Problemfelder des Entdeckenden Lernens wirkt zunächst ernüchternd. Offenbar ist Entdeckendes Lernen nicht immer sinnvoll und wo es sinnvoll erscheint, ist es nicht einfach umzusetzen. Didaktische Lücken in der Planung von Unterrichtssequenzen auf der Grundlage des Entdeckenden Lernens fordern es Lehrkräften an unterschiedlichen Stellen ab, virtuose Lösungen für ihren Unterricht zu finden. Das kann ermüdend und frustrierend sein und einen Grund darstellen, warum Entdeckendes Lernen an Schulen selten praktiziert wird. An dieser Effektarmut mathematikdidaktischer Reformbestrebungen trägt die Mathematikdidaktik freilich eine zentrale Verantwortung. Wie die obige Diskussion zeigt, wurde das Entdeckende Lernen zu euphorisch und zuweilen ohne wissenschaftliche Grundlage als überlegenes Unterrichtskonzept präsentiert, während zentrale Fragestellungen der Umsetzung teilweise bis heute unbeantwortet bleiben.

Was bedeutet das für den Mathematikunterricht? Zunächst bleibt festzuhalten, dass selbst etablierte Kritiker des Entdeckenden Lernens wie AUSUBEL (1973) das Unterrichtskonzept empfehlen, nämlich in Fällen der Einarbeitung in neue Themenfelder, in der Lernende bisher nur wenige Vorerfahrungen haben. Dass es derzeit an detailliert geplanten und beschriebenen Umsetzungsbeispielen fehlt, ist offenkundig und bedeutet, dass sich Lehrpersonen darauf einstellen müssen, sich selbst engagiert ins didaktische Themenfeld einzuarbeiten sowie Lücken in der Planung mit Erfahrung, Hingabe und Experimentierfreude zu füllen. Ob sich dieser Aufwand lohnen kann, bemisst sich letztlich nicht nur an den zu erwartenden Lernerfolgen, sondern auch daran, welche Vision vom unterrichtlichen Miteinander gelebt werden soll: Will man als Lehrer/in tatsächlich als fachliche Autorität im Mittelpunkt des Unterrichts stehen und die Lernenden reproduzieren und üben lassen oder versteht man sich eher als Moderator/in eines Prozesses, in dem die Schüler/innen ihre eigene fachliche Mündigkeit und ein Zutrauen ins eigene Denken auch bei komplexen Anforderungen ausbilden?

Literatur

- ALFIERI, L., BROOKS, P. J., ALDRICH, N. J., & TENENBAUM, H. R. (2011). Does discovery-based instruction enhance learning? *Journal of Educational Psychology*, 103(1), 1–18.
- ARNOLD, R., & LEHMANN, B. (1998). Selbstgesteuertes Lernen im Fernstudium? In K. DERICHS-KUNSTMANN (Hg.), *Selbstorganisiertes Lernen als Problem der Erwachsenenbildung* (S. 89–100). Frankfurt: DIE.
- AUSUBEL, D. P. (1973). Entdeckendes Lernen. In H. Neber (Hg.), *Entdeckendes Lernen*, Weinheim: Beltz, 28–69.
- BAKKER, A., SMIT, J., & WEGERIF, R. (2015). Scaffolding and dialogic teaching in mathematics education: Introduction and review. *ZDM Mathematics Education*, 47(7), 1047–1065.
- BOALER, J. (1997). Experiencing school mathematics: *Teaching styles, sex, and setting*. Buckingham: Open University.
- BOHLMANN, N. (2016). *Implizitheit und Explizitheit: Praxeologische und institutionenkritische Analysen zum Mathematikunterricht*. Wiesbaden: Springer.
- BRUNER, J. (1973). *Der Prozess der Erziehung*. Berlin: Berlin Verlag.
- FRIEDLANDER, B. Z. (1973). Die reiflichen Überlegungen eines Psychologen zu Begriffen, Neugier und Entdeckung beim Lehren und Lernen. In H. NEBER (Hg.), *Entdeckendes Lernen* (S. 107–120). Weinheim: Beltz.
- FÜHRER, L. (1997). *Pädagogik des Mathematikunterrichts: Eine Einführung in die Fachdidaktik für Sekundarstufen*. Braunschweig: Vieweg.
- HASSELHORN, M., & GOLD, A. (2013). *Pädagogische Psychologie: Erfolgreiches Lernen und Lehren*. Stuttgart: Kohlhammer.
- JAHNKE-KLEIN, S. (2001). *Sinnstiftender Mathematikunterricht für Mädchen und Jungen*. Baltmannsweiler: Schneider.
- KIRSCHNER, P. A., SWELLER, J., & CLARK, R. E. (2006). Why minimal guidance during instruction does not work: An analysis of the failure of constructivist, discovery, problem-based, experiential, and inquiry-based teaching. *Educational Psychologist*, 41(2), 75–86.
- KOLLOSCH, D. (2017a). The socio-politics of teacher explanation in mathematics education. In T. DOOLEY & G. GNEUDET (Hg.), *Proceedings of the Tenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, 1505–1512.
- KOLLOSCH, D. (2017b). Entdeckendes Lernen: Eine Problematisierung. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 38, 209–237.
- LAVE, J. (1988). *Cognition in practice: Mind, mathematics and culture in everyday life*. Cambridge: Cambridge University Press.
- LEUDERS, T. (2014). Entdeckendes Lernen - Produktives Üben. In H. LINNEWEBER-LAMMERSKITTEN (Hg.), *Fachdidaktik Mathematik: Grundbildung und Kompetenzaufbau im Unterricht der Sek. I und II* (S. 236–263). Seelze: Kallmeyer.
- PREDIGER, S., BARZEL, B., HUSSMANN, S., & LEUDERS, T. (2017). *mathewerkstatt 10*. Berlin: Cornelsen.
- REISS, K., & HAMMER, C. (2013). *Grundlagen der Mathematikdidaktik: Eine Einführung für den Unterricht in der Sekundarstufe*. Basel: Springer.
- SWELLER, J., KIRSCHNER, P. A., & CLARK, R. E. (2007). Why minimally guided teaching techniques do not work. *Educational Psychologist*, 42(2), 115–121.
- TEESE, R. (2000). *Academic Success and Social Power: Examinations and Inequality*. Carlton, Vic.: Melbourne University Press.
- THEULE LUBIENSKI, S. (2000). A clash of social class cultures? Students' experiences in a discussion-intensive seventh-grade mathematics classroom. *The Elementary School Journal*, 100(4), 377–403.
- TREFFERS, A. (1983). Fortschreitende Schematisierung: Ein natürlicher Weg zur schriftlichen Multiplikation und Division im 3. und 4. Schuljahr. *mathematik lehren*, 1, 16–20.
- VOM HOF, R. (2001). Mathematik entdecken: Alte und neue Argumente für entdeckendes Lernen. *mathematik lehren*, 105, 4–8.
- WINTER, H. (1989). *Entdeckendes Lernen im Mathematikunterricht*. Braunschweig: Vieweg.
- WITTMANN, E. C. (1990). Wider die Flut der ‚bunten Hunde‘ und der ‚grauen Päckchen‘: Die Konzeption des aktiv-entdeckenden Lernens und des produktiven Übens. In E. C. WITTMANN & G.N. MÜLLER (Hg.), *Handbuch produktiver Rechenübungen: Vom Einspluseins zum Einmaleins* (S. 152–166). Stuttgart: Klett.
- PROF. DR. DAVID KOLLOSCH arbeitet als Universitätsprofessor für Didaktik der Mathematik an der Universität Klagenfurt, Institut für Didaktik der Mathematik, Sterneckstraße 15, 9020 Klagenfurt am Wörthersee, Österreich, david.kollosche@aau.at. ■